FACULDADE DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA
Departamento de Física

Física I -2009/2010

6ª Série - Energia - Resolução

Questões:

Q1 - Identifique dois processos através dos quaisa pode ser transferida energia do ambiente para um sistema?

Q2 - Identifique as transformações de energia em cada um dos seguintes processos (por exemplo: $E_c \to U_g \to E_{\text{Térm}}$)

a) Uma bola cai do topo de um arranha-céus;

O sistema é a bola e a Terra (interactuando através da gravidade).
Se não considerarmos a resistência do ar, temos apenas $U_g \to E_c$.
Se tivermos em conta a resistência do ar, temos

$$U_g \to \begin{cases} E_c \\ E_{\text{Térm}} \end{cases}$$

.

b) Um helicóptero sobe com velocidade constante;

O sistema é o helicóptero a Terra e o ar (um helicóptero não subiria na Lua)
As transformações serão

$$E_Q(\text{combustível}) \to E_c\ (\text{hélices}) \to \begin{cases} U_g \\ E_{\text{Térm}} \end{cases}$$

c) Uma seta é lançada por um arco e atinge o centro de um alvo;

d) Um saltador à vara corre, assenta a vara e salta sobre a barra.

Q3 - Identifique um sistema apropriado para a aplicação da conservação de energia a cada um dos seguintes casos:

a) Uma mola em hélice é utilizada para lançar uma bola;

Mola+bola+Terra.
Formas de energia envolvidas:
Energia potencial elástica (mola); Energia potencial gravítica (bola - Terra); Energia cinética da bola.
Estamos a desprezar a massa da mola.

b) Uma mola em hélice é utilizada para lançar um carrinho numa calha de ar;

Se a calha de ar estiver colocada na horizontal: mola+carrinho
Se a calha de ar estiver colocada obliquamente em relação à horizonta, termeos de acrescentar a Terra.

c) Uma mola em hélice é utilizada para empurrar um corpo sobre uma mesa. o qual se move até parar;

d) Um carrinho, que se move numa calha de ar, choca com uma mola em hélice e volta para trás com velocidade de módulo aproximadamente igual à que tinha antes do choque.

Q4 - Caracterize um sistema isolado.

É um sistema em que não existem transferências de energia e de matéria através das suas fronteiras.

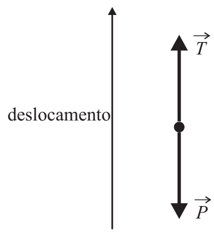
Q5 - a) Num determinado processo. a energia potencial de um sistema diminui ao mesmo tempo que o ambiente efectua trabalho sobre o sistema. A energia cinética do sistema aumenta, diminui ou mantém-se constante? Ou não tem informação suficiente para poder responder? Justifique.

b) Num determinado processo. a energia potencial de um sistema aumenta ao mesmo tempo que a o ambiente efectua trabalho sobre o sistema. A energia cinética do sistema diminui, aumenta ou mantém-se constante? Ou não tem informação suficiente para poder responder? Justifique.

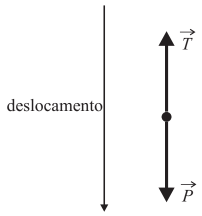
Q6 - Para cada sistuação descrita

- **Identifique todas as forças que actuam no corpo;**
- **Desenhe um diagrama das forças aplicadas ao corpo;**
- **Determine se o trabalho realizado por cada força é positivo, negativo ou nulo.**

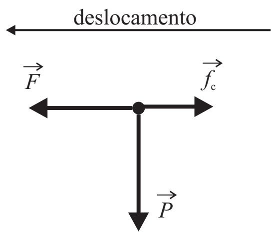
a) Um elevador está a subir.



As forças são:
$\vec{T} \rightarrow$ Tensão da corda;
$\vec{P} \rightarrow$ Peso do elevador.
Num deslocamento vertical para cima, o trabalho da tensão é positivo e o trabalho do peso é negativo.
b) Um elevador está a descer.



As forças são:
$\vec{T} \rightarrow$ Tensão da corda;
$\vec{P} \rightarrow$ Peso do elevador.
Num deslocamento vertical para baixo, o trabalho da tensão é negativo e o trabalho do peso é positivo.
c) Uma pessoa empurra uma caixa sobre uma superfície rugosa.
Se a superfície é rugosa, existe atrito entre a superfície da caixa e aquela em que assenta.



As forças são:
$\vec{F} \rightarrow$ Força que empurra a caixa;
$\vec{P} \rightarrow$ Peso da caixa;
$\vec{f_c} \rightarrow$ força de atrito cinético.
Num deslocamento horizontal o trabalho da força $\vec{F}$ é positivo, o trabalho da força $\vec{f_c}$ é negativo e o trabalho do peso é nulo.

d) Uma bola é atirada verticalmente para cima. Considere a situação desde que a bola sai da mão do lançador até atingir o ponto mais alto da trajectória.

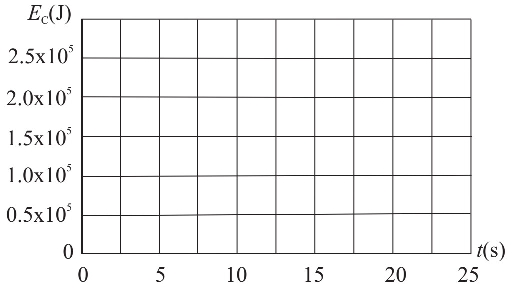
e) Um automóvel efectua uma curva com velocidade de módulo constante.

Q7 - Um carrinho de plástico com massa $0.2\,\mathrm{kg}$ e um carrinho de chumbo com massa $20\,\mathrm{kg}$ são empurrados com forças iguais sobre uma superfície sem atrito, partindo do repouso. Após percorrerem a distância de $1\,\mathrm{m}$, a energia cinética do carrinho de plástico é maior, menor ou igual à do carrinho de chumbo? Justifique.

Aplicando o teorema da energia cinética, concluímos imediatamente que a energia cinética dos dois carrinhos é igual após efectuarem deslocamentos iguais sob a acção de forças iguais.

Q8 - Nos sistemas de eixos apresentados, trace gráficos da energia cinética de:

a) Um automóvel com massa $1000\,\mathrm{kg}$, cuja módulo da velocidade varia uniformemente de 0 a $20\,\mathrm{m/s}$ em $20\,\mathrm{s}$.



A aceleração constante do automóvel pode ser obtida, utilizando a equação do movimento uniformemente acelerado unidimensional que relaciona velocidade, aceleração e tempo:

$$a = \frac{v - v_0}{t - t_0},$$

que conduz a

$$\begin{aligned} a &= \frac{20\,\mathrm{m/s} - 0}{20\,\mathrm{s} - 0} \\ &= 1.0\,\mathrm{m/s^2} \end{aligned}$$

o que permite obter valores da velocidade e da energia cinética, para diferentes instantes de tempo:

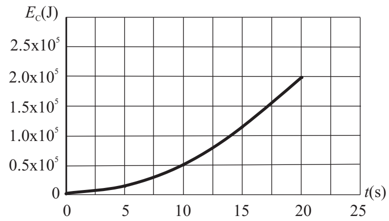
$$v = v_0 + at$$

ou

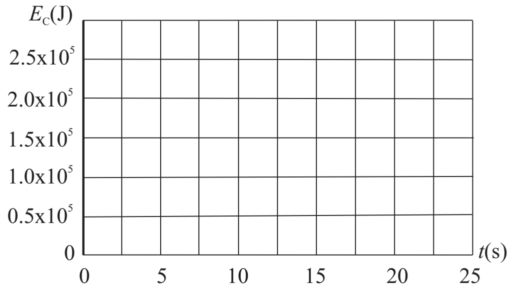
$$v\,(\mathrm{m/s}) = 1\,\mathrm{m/s^2}\,t\,(\mathrm{s})$$

t	v	$E_c = \frac{1}{2}mv^2$
(s)	(m/s)	(J)
0	0	0
5	5	0.125×10^5
10	10	0.500×10^5
15	15	1.125×10^5
20	20	2.000×10^5

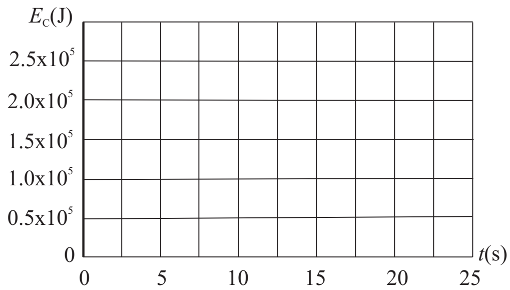
Marcamos agora os pontos no gráfico e unimo-los com uma curva suave.



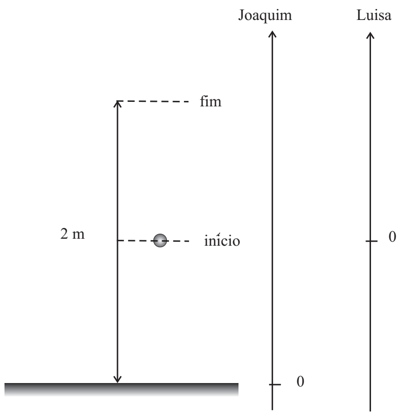
b) Um automóvel com massa $1000\,\mathrm{kg}$, com velocidade de módulo $20\,\mathrm{m/s}$, que trava com aceleração constante atingindo o repouso em $4\,\mathrm{s}$.



c) Um automóvel com massa $1000\,\mathrm{kg}$, que descreve uma vez uma trajectória circular de $40\,\mathrm{m}$ de diâmetro, com velocidade de módulo constante igual a $20\,\mathrm{m/s}$.



Q9 - A figura mostra um corpo com massa de $1\,\mathrm{kg}$, inicialmente $1\,\mathrm{m}$ acima do solo, que sobe até à altura de $2\,\mathrm{m}$. O Joaquim e a Luísa medem, independentemente a posição do corpo, utilizando sistemas de coordenadas diferentes. Indique na tabela os valores iniciais e finais da energia potencial gravítica medidos pelo Joaquim e pela Luísa, bem como as correspondentes variações.



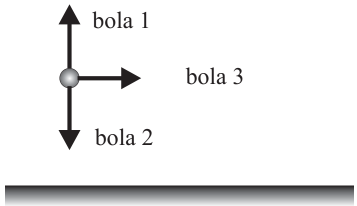
Energia potencial gravítica:

Para o Joaquim, $U_{g_i} = 0$ ao nível do solo. Assim, as medidas pelo Joaquim serão: $U_{g_i} = 1\,\mathrm{kg} \times 1\,\mathrm{m} \times 10\,\mathrm{m/s^2} = 10\,\mathrm{J}$; $U_{g_f} = 1\,\mathrm{kg} \times 2\,\mathrm{m} \times 10\,\mathrm{m/s^2} = 20\,\mathrm{J}$; $\Delta U_g = 20\,\mathrm{J} - 10\,\mathrm{J} = 10\,\mathrm{J}$.

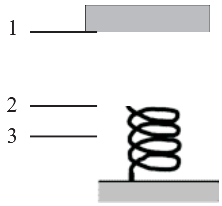
Para a Luísa, $U_{g_i} = 0$ à altura de $1\,\mathrm{m}$, o que significa que, para a Luísa, $U_g = -1\,\mathrm{kg} \times 1\,\mathrm{m} \times 10\,\mathrm{m/s^2} = -10\,\mathrm{J}$ ao nível do solo. Então, para a Luísa, $U_{g_i} = 0\,\mathrm{J}$; $U_{g_f} = 1\,\mathrm{kg} \times 1\,\mathrm{m} \times 10\,\mathrm{m/s^2} = 10\,\mathrm{J}$; $\Delta U_g = 10\,\mathrm{J} - 0\,\mathrm{J} = 10\,\mathrm{J}$.

A variação da energia potencial (que é o que tem significado físico) é igual apar os dois observadores.

Q10 - Três bolas com massas iguais são lançadas simultaneamente com velocidades de módulo igual, da mesma altura em relação ao solo. A bola 1 é lançada verticalmente para cima, a bola 2 verticalmente para baixo e a bola 3 na horizontal. Coloque por ordem, do menor para o maior, os módulos das velocidades das bolas, v_1, v_2 e v_3, quando atingem o solo.



Q11 - Um objecto de massa elevada é largado do repouso na posição 1 por cima de uma mola em hélice. O objecto cai e entra em contacto com a mola na posição 2. A compressão máxima da mola é atingida na posição 3. Indique na tabela se as grandezas indicadas são negativas, positivas ou nulas nos intervalos de tempo entre as diferentes posições.



	$1 \to 2$	$2 \to 3$	$1 \to 3$
ΔE_c	+	-	-
ΔU_g	-	-	-
ΔU_{el}	0	+	+

Q12 - a) Se uma pessoa empurra um corpo num deslocamento de módulo $10\,\mathrm{m}$ com uma força de módulo $10\,\mathrm{N}$ na direcção e sentido do movimento, qual é o trabalho que realiza sobre o corpo?

b) Qual é a potência que a pessoa tem de fornecer para empurrar o corpo em $1\,\mathrm{s}$? $10\,\mathrm{s}$? $0.1\,\mathrm{s}$?

Q13 - Estime o tempo que lhe demora a subir um lance de escadas. Calcule então a potência requerida para realizar esta tarefa.

Q14 - Um pêndulo simples balança de um lado para o outro, sendo as forças que actuam sobre a massa suspensa, o peso, a tensão na corda de suspensão e a resistência do ar.

a) Qual destas forças, se alguma, não realiza trabalho sobre o pêndulo?

A tensão da corda é a única que não realiza trabalho sobre o corpo, porque é, em cada instante, perpendicular ao deslocamento.

b) Qual destas forças realiza trabalho negativo em todos os instantes do movimento do pêndulo?

A resistência do ar. O seu sentido é, em cada instante, oposto ao deslocamento.

c) Descreva o trabalho realizado pela força da gravidade enquanto o pêndulo balança

O trabalho realizado pela força da gravidade quando o pêndulo desce do ponto mais alto ao ponto mais baixo é positivo. Quando o pêndulo sobe do ponto mais baixo ao ponto mais alto, o trabalho realizado pela força da gravidade é negativo e igual, em valor absoluto ao trabalho efectuado na descida. Consequentemente, o trabalho realizado pela força da gravidade numa oscilação completa é nulo..

Q15 - Uma bola de bowling está suspensa do tecto de uma sala de aula por uma corda forte. A bola é desviada da sua posição de equilíbrio e largada do repouso a partir da ponta do nariz de uma

pessoa. Se a pessoa se mantiver parada, explique porque é que ela não será atingida pela bola quando esta regressar da sua oscilação. Estaria a pessoa segura se tivesse empurrado a bola quando a largou?

Problemas:

P1 - Uma força $\vec{F} = (4.0x\vec{i} + 3.0y\vec{j})$ N actua numa partícula que se desloca ao longo do eixo do x desde a origem até $x = 5.0$ m. Determine o trabalho realizado pela força sobre a partícula.

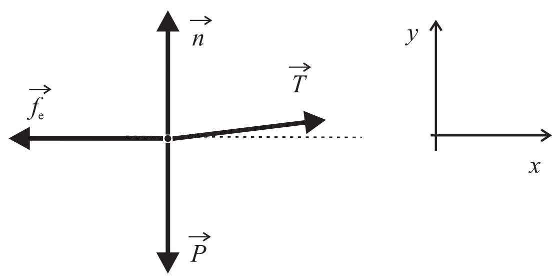
Utilizando a definição de trabalho sobre uma partícula ao longo de um percurso, obtemos

$$\begin{aligned} W &= \int_{x=0}^{x=5} \vec{F} \cdot d\vec{r} \\ &= \int_{x=0}^{x=5} (4.0x\vec{i} + 3.0y\vec{j}) \cdot \vec{i}dx \\ &= \int_{x=0}^{x=5} 4.0xdx \\ &= 4.0\frac{x^2}{2}\Big|_0^5 \\ &= 2.0 \times 5^2 \\ &= 50.\text{ J} \end{aligned}$$

P2 - Uma carroça carregada de tijolos tem uma massa total de $18\,\text{kg}$ **e é puxada a velocidade constante por uma corda. A corda tem uma inclinação de** $20.0\,^\circ$ **acima da horizontal e a carroça desloca-se** $20.0\,\text{m}$ **sobre uma superfície horizontal. O coeficiente de atrito cinético entre o chão e a carroça é** 0.500**. Determine:**

a) a tensão na corda.

As forças que seexercem na carroça são o peso $\vec{P}$, a força exercida pelo pavimento, normal a este, $\vec{n}$, a força de atrito cinético, $\vec{f_c}$ (estamos a supor que, de alguma forma a carroça está a escorregar), a tensão da corda. O diagrama de força é o seguinte:



A 2.^{a} lei de Newton exprime-se na forma:

$$\vec{n} + \vec{P} + \vec{f_c} + \vec{F} = m\vec{a}$$

com $\vec{a} = \vec{0}$, porque a velocidade é constante: As equações escalares correspondentes, no sistema de referência da figura, são

$$\begin{array}{ll} x: & T\cos 20^\circ - f_c = 0 \\ y & n + T\sin 20^\circ - P = 0 \\ & f_c = \mu n \end{array}$$

Vindo, então,

$$\begin{aligned} f_{ca} &= \mu\left(P - T\sin 20°\right) \\ T\cos 20° - \mu\left(P - T\sin 20°\right) &= 0 \\ T\left(\cos 20° + \mu\sin 20°\right) &= \mu P \\ T &= \frac{\mu P}{\left(\cos 20° + \mu\sin 20°\right)} \\ &= \frac{0.500 \times 18\,\mathrm{kg} \times 10\,\mathrm{m/\,s^2}}{\left(\cos 20° + 0.500 \times \sin 20°\right)} \\ &= 81.\,\mathrm{N}. \end{aligned}$$

b) a trabalho realizado pela corda sobre a carroça.

$$\begin{aligned} W_{\vec{F}} &= T\Delta\ell\cos 20° \\ &= 81\,\mathrm{N} \times 20\,\mathrm{m} \times \cos 20° \\ &= 1.5 \times 10^3\,\mathrm{J} \end{aligned}$$

c) o trabalho realizado pela força da gravidade.

$$W_{\vec{P}} = 0,$$

porque a força da gravidade tem direcção perpendicular à do deslocamento.

d) o trabalho realizado pela força normal exercida pelo chão.

$$W_{\vec{N}} = 0,$$

porque a força normal tem direcção perpendicular à do deslocamento.

e) a energia "perdida"devido ao atrito.

$$\begin{aligned} W_{\vec{f}_a} &= -\mu\left(P - T\sin 20°\right)\Delta\ell \\ &= -0.500 \times \left(18\,\mathrm{kg} \times 10\,\mathrm{m/\,s^2} - 81\,\mathrm{m/\,s^2}\sin 20°\right) \times 20\,\mathrm{m} \\ &= -1.5 \times 10^3\,\mathrm{J} \end{aligned}$$

que é a energia transformada em energia térmica, devido ao atrito

P3 - Um arqueiro puxa a corda do seu arco para trás $0.400\,\mathrm{m}$, **exercendo uma força cujo módulo cresce uniformemente de zero a** $230\,\mathrm{N}$.

a) Qual é a constante elástica equivalente do arco?

Se $\vec{F}$ é a força cresce uniformemente, o arco comporta-se como uma mola elástica, pelo que lhe podemos associar uma constante elástica "equivalente"k_{eq}, tal que

$$F = k_{\mathrm{eq}}x.$$

Substituindo os valores dados, obtemis

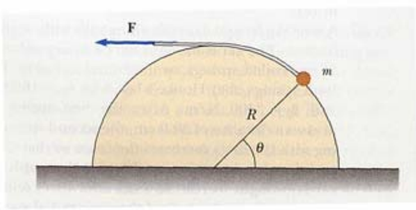
$$\begin{aligned} 230\,\mathrm{N} &= k \times 0.400\,\mathrm{m} \\ k &= \frac{230\,\mathrm{N}}{0.400\,\mathrm{m}} \\ &= 575\,\mathrm{N/\,m} \end{aligned}$$

b) Qual o trabalho realizado quando a corda do arco é puxada?

Como o arco se comporta de forma análoga à de uma mola elástica, podemos escrever o trabalho realizado pela força que está aplicada ao arco na forma

$$\begin{aligned} W &= \frac{1}{2}k_{\mathrm{eq}}x^2 \\ &= \frac{1}{2} \times 575\,\mathrm{N/\,m} \times \left(0.400\,\mathrm{m}\right)^2 \\ &= 46.0\,\mathrm{J}. \end{aligned}$$

P4 - Uma pequena massa m é puxada para o cimo de um meio cilindro (de raio R) sem atrito, como se mostra na figura.



a) Se a massa se move com uma velocidade de módulo constante, mostre que $F = mg\cos\theta$.

As forças aplicadas ao corpo de massa m são: a força $\vec{F}$,a força normal, em cada ponto, à superfície do cilindro, $\vec{N}$, e o peso, $\vec{P}$. Como o corpo se move com velocidade contante, a 2.^{a} lei de Newton exprime-se na forma:

$$\vec{F} + \vec{N} + \vec{P} = \vec{0}$$

Escolhendo agora um sistema de referência com origem no corpo de massa m e com um eixo na direcção radial e outro na direcção tangencial à superfície do cilindro, obtemos as correspondentes equações escalares

$$\begin{array}{ll} r: & N - P\sin\theta = 0 \\ t: & -F + P\cos\theta = 0 \end{array}$$

de onde

$$\begin{aligned} F &= P\cos\theta \\ &= mg\cos\theta. \end{aligned}$$

b) Determine o trabalho realizado pela força $\vec{F}$ quando se move a massa, com módulo da velocidade constante, da base para o topo do cilindro.

Utilizamos o facto de um elemento de arco na superfície do cilindro pode ser escrito na forma $d\vec{r} = Rd\theta\vec{u}_t$, de onde resulta

$$\begin{aligned} W &= \int \vec{F}\cdot d\vec{r} \\ &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} FRd\theta \\ &= mgR\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos\theta d\theta \\ &= mgR\left(\sin\frac{\pi}{2} - \sin 0\right) \\ &= mgR. \end{aligned}$$

P5 - Um lançador de bolas de uma máquina de jogos, como se mostra na figura, tem uma mola com uma constante de força $1.20\,\mathrm{N/\,cm}$. A superfície em que a bola se move tem uma inclinação de $10\,^\circ$ em relação à horizontal. Se a mola está inicialmente comprimida de $5.00\,\mathrm{cm}$, determine a velocidade de lançamento de uma bola de $100\,\mathrm{g}$ quando o lançador é solto. Despreze o atrito e a massa da mola.

Como não se consideram forças de atrito, a energia total do sistema Terra+bola+lançador não varia. Vamos calcular todas as formas de energia em diferentes instantes. No instante inicial, com a mola inteiramente comprimida, a energia potencial gravítica é $U_{\mathrm{g}} = -mg\Delta x_{\max}\sin 10^\circ$, em que considerámos que a energia potencial gravítica é nula na posição eme que a mola está em equilíbrio (isto é, na posição em que a força elástica é nula). Ainda no instante inicial, a energia potencial elástica (acumulada na mola) é $U_{\mathrm{el}} = \frac{1}{2}k\left(\Delta x_{\max}\right)^2$, em que k é a constante da mola. Consequentemente,

$$E_{\mathrm{i}} = -mg\Delta x_{\max}\sin 10^\circ + \frac{1}{2}k\left(\Delta x_{\max}\right)^2$$

O instante final é aquele em que a bola deixa de estar em contacto com o lançador, no ponto exacto em que a mola está em equilíbrio. Neste ponto, tanto a energia potencial elástica como a energia potencial gravítica são nulas. A única forma de energia não nula é a energia cinética, associada ao movimento da bola

$$E_{\mathrm{f}} = \frac{1}{2}mv^2$$

Aplicando a expressão da conservação da energia, $E_{\mathrm{i}} = E_{\mathrm{f}}$, obtemos

$$\begin{aligned}
\frac{1}{2}mv^2 &= -mg\Delta x_{\max}\sin 10^\circ + \frac{1}{2}k\left(\Delta x_{\max}\right)^2 \\
v^2 &= \frac{-2mg\Delta x_{\max}\sin 10^\circ}{m} + \frac{k\left(\Delta x_{\max}\right)^2}{m} \\
v^2 &= \frac{-2\times 0.100\,\mathrm{kg}\times 10\,\mathrm{m/s^2}\times 5.00\times 10^{-2}\,\mathrm{m}\times\sin 10^\circ}{0.100\,\mathrm{kg}} + \frac{120\,\mathrm{N/m}\times\left(5.00\times 10^{-2}\,\mathrm{m}\right)^2}{0.100\,\mathrm{kg}} \\
&= 2.83\,(\mathrm{m/s})^2
\end{aligned}$$

e

$$v = 1.68\,\mathrm{m/s}$$

P6 - Imprime-se a um bloco de $4.00\,\mathrm{kg}$**, situado na base de um plano com uma inclinação de** $20.0\,^\circ$**, uma velocidade inicial de** $8.00\,\mathrm{m/s}$ **fazendo o bloco subir o plano. A força de atrito que retarda o movimento do bloco tem módulo** $15.0\,\mathrm{N}$**.**

a) Qual a distância percorrida pelo bloco até parar?

O trabalho das forças que actuam no bloco durante a subida é

$$W = \left(-f_{\mathrm{c}} - P\sin\theta\right)\Delta\ell$$

e, pelo teorema da energia cinética

$$W = \Delta E$$

de onde, sendo v_0 o módulo da velocidade inicial do bloco,

$$\left(-f_{\mathrm{c}} - P\sin\theta\right)\Delta\ell = 0 - \frac{1}{2}mv_0^2$$

A distância percorrida pelo bloco até parar é, então,

$$\begin{aligned}
\Delta\ell &= \frac{\frac{1}{2}mv_0^2}{\left(f_{\mathrm{c}} + P\sin\theta\right)} \\
&= \frac{\frac{1}{2}4.00\,\mathrm{kg}\times\left(8.00\,\mathrm{m/s}\right)^2}{15.0\,\mathrm{N} + 4.00\,\mathrm{kg}\times 10\,\mathrm{m/s^2}\times\sin 20^\circ} \\
&= 4.5\,\mathrm{m}.
\end{aligned}$$

b) Será que o bloco escorrega depois pelo plano abaixo?

Quando o bloco está imóvel no topo. a componente do peso segundo a direcção do plano é

$$\begin{aligned}
mg\sin 20^\circ &= 4.00\,\mathrm{kg}\times 10\,\mathrm{m/s^2}\times\sin 20^\circ \\
&= 13.7\,\mathrm{N}.
\end{aligned}$$

A força de atrito tem módulo máximo de $15\,\mathrm{N}$, superior a esta força, e portanto o bloco não se deslocará.

P7 - Um bloco de $4.0\,\mathrm{kg}$ **ligado a uma corda de** $2.0\,\mathrm{m}$ **de comprimento, roda em círculo sobre uma superfície horizontal.**

a) Considerando que a superfície não tem atrito, identifique todas as forças que actuam no bloco e mostre que o trabalho realizado por cada uma delas é zero para qualquer deslocamento do bloco.

Peso $\vec{P}$; Normal à superfície $\vec{N}$; Tensão da corda $\vec{T}$.

Todas as forças são perpendiculares ao deslocamento, consequentemente o trabalho realizado por cada uma das forças sobre o bloco é nulo.

b) Se o coeficiente de atrito entre o bloco e a superfície fôr 0.25**, determine a energia perdida devido ao atrito em cada revolução.**

Em cada revolução o bloco percorre a distância

$$\begin{aligned} 2\pi R &= 2\pi \times 2.0\,\mathrm{m} \\ &= 12.6\,\mathrm{m} \end{aligned}$$

O módulo da força de atrito é

$$\begin{aligned} f_{\mathrm{c}} &= \mu N \\ &= \mu P \\ &= 0.25 \times 4.0\,\mathrm{kg} \times 10\,\mathrm{m/\,s^2} \\ &= 10.0\,\mathrm{N} \end{aligned}$$

A energia "perdida"(isto é, transformada em energia térmica) devido ao atrito em cada revolução é igual ao módulo do trabalho da força de atrito numa revolução:

$$\begin{aligned} W_{\vec{f}_{\mathrm{c}}} &= -10.0\,\mathrm{N} \times 12.6\,\mathrm{m} \\ &= -1.26 \times 10^2\,\mathrm{J}. \end{aligned}$$

ou seja, $1.26 \times 10^2\,\mathrm{J}$.

P8 - Nas Cataratas do Niagara tem-se uma queda de água de $1.2 \times 10^6\,\mathrm{kg/\,s}$ **de uma altura de** $50\,\mathrm{m}$**. Quantas lâmpadas de** $60\,\mathrm{W}$ **podem ser acesas com esta potência?**

A energia produzida por segundo (potência produzida) é $mgh = 1.2 \times 10^6\,\mathrm{kg/\,s} \times 10\,\mathrm{m/\,s^2} \times 50\,\mathrm{m} = 6.0 \times 10^8\,\mathrm{W}$. Poderia acender $6.0 \times 10^8\,\mathrm{W}/60\,\mathrm{W} = 1.0 \times 10^7$ lâmpadas.

P9 - Uma caixa de $200\,\mathrm{kg}$ **é puxada ao longo de uma superfície por um motor. O coeficiente de atrito entre a caixa e a superfície é** 0.40**.**

a) Qual é a potência fornecida pelo motor para mover a caixa a $5.0\,\mathrm{m/\,s}$**?**

O módulo da força de atrito é $f_{\mathrm{c}} = \mu P = 0.40 \times 200\,\mathrm{kg} \times 10\,\mathrm{m/\,s^2} = 8.0 \times 10^2\,\mathrm{N}$. Vamos supor que a aceleração da caixa é nula. Como a força do motor e a força de atrito têm a mesma direcção mas sentidos opostos, o módulo da força do motor resulta de

$$\begin{aligned} F - f_{\mathrm{a}} &= 0 \\ F &= 8.0 \times 10^2\,\mathrm{N} \end{aligned}$$

O trabalho desta força durante um segundo (a potência do motor) é

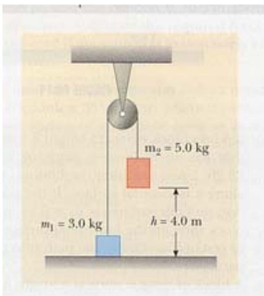
$$\begin{aligned} \mathcal{P} &= 8.0 \times 10^2\,\mathrm{N} \times 5.0\,\mathrm{m/\,s} \\ &= 4.0 \times 10^3\,\mathrm{J/\,s} \\ &= 4.0 \times 10^3\,\mathrm{W}. \end{aligned}$$

b) Qual o trabalho realizado pelo motor durante $3.0\,\mathrm{min}$**?**

$$\begin{aligned} W &= \mathcal{P} \times \Delta t \\ &= 4.0 \times 10^3\,\mathrm{W} \times 180\,\mathrm{s} \\ &= 7.2 \times 10^5\,\mathrm{J}. \end{aligned}$$

P10 - Duas massas estão ligadas por uma corda leve que passa por uma roldana sem atrito como se mostra na figura. A massa de 5.0 kg é largada do repouso. Utilizando a lei de conservação da energia, determine:

a) a velocidade da massa de 3.0 kg quando a massa de 5.0 kg toca no chão,



Como se considera que as forças de atrito são desprezáveis (e também supomos que a massa da roldana é nula), a soma das veriações da energia cinética e da energia potencial gravítica é nula, ou

$$\begin{aligned}
\Delta E_{\mathrm{C}} + \Delta U &= 0 \\
2\Delta E_{\mathrm{C}_1} + \Delta E_{\mathrm{C}_2} + \Delta U_1 + \Delta U_2 &= 0 \\
\frac{1}{2}\left(m_1 + m_2\right) v^2 + m_1 g h - m_2 g h &= 0,
\end{aligned}$$

em que m_1 e m_2 são as massas dos dois corpos e v é o módulo (comum) das suas velocidades. Resolvendo em ordem a v^2, obtemos

$$v^2 = 2\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} g h$$

e

$$\begin{aligned}
v &= \sqrt{2 \times 10\,\mathrm{m/\,s^2} \times 4.0\,\mathrm{m} \times \frac{5.0\,\mathrm{kg} - 3.0\,\mathrm{kg}}{5.0 + 3.0\,\mathrm{kg}}} \\
&= 4.5\,\mathrm{m/\,s}.
\end{aligned}$$

A velocidade do corpo de massa 3.0 kg tem direcção vertical, sentido para cima e módulo $v = 4.5\,\mathrm{m/\,s}$.

b) a altura máxima a que a massa de 3.0 kg sobe.

Quando a massa 2 toca no chão, a outra massa continua a subir porque possui velocidade não nula, sendo actuada apenas pela força gravítica, uma vez que a corda deixou de estar tensa. Utilizando a conservação da energia mecânica do sistema massa 1 + Terra, a partir do momento em que a massa m_2 toca no chão, a massa m_1 continua a mover-se de uma distância h' tal que

$$\begin{aligned}
m_1 g h' &= \frac{1}{2} m_1 v^2 \\
h' &= \frac{m_1 v^2}{2 m_1 g} \\
&= \frac{v^2}{2g} \\
&= \frac{\left(4.5\,\mathrm{m/\,s}\right)^2}{2 \times 10/\,\mathrm{s}^2} \\
&= 1.0\ \mathrm{m}
\end{aligned}$$

A massa 1 sobe 1.0 m a contar da posição em que estava quando a massa 2 tocou no chão.

P11 - Considere o sistema representado na figura. O coeficiente de atrito entre a massa de 3.0 kg e a superfície é de 0.40. O sistema parte do repouso. Qual a velocidade da massa de 5.0 kg após ter descido 1.5 m?

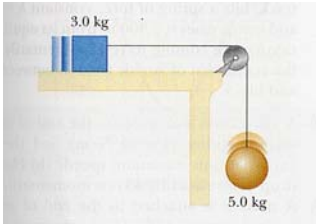


Figura 1:

O trabalho da força de atrito sobre o corpo, $W_{\vec{f}_c}$, quando este se desloca de uma determinada distância, é igual à variação da energia mecânica do sistema, isto é,

$$W_{\vec{f}_a} = \Delta E_C + \Delta U,$$

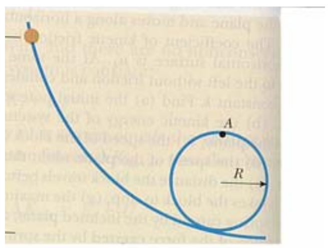
em que E_C é a nergia cinética do sistema e U a enrgia potencial (neste caso, gravítica). Esta equação pode ser escrita na forma

$$\frac{1}{2}(m_1 + m_2)v^2 + (-m_2 gh) - (-\mu m_1 gh) = 0$$

de onde obtemos

$$\begin{aligned} v &= \sqrt{\frac{2(m_2 - \mu m_1) gh}{(m_1 + m_2)}} \\ &= \sqrt{\frac{2 \times (5.0\,\mathrm{kg} - 0.40 \times 3.0\,\mathrm{kg}) \times 10\,\mathrm{m/\,s^2} \times 1.5\,\mathrm{m}}{5.0\,\mathrm{kg} + 3.0\,\mathrm{kg}}} \\ &= 3.8\,\mathrm{m\,s^{-1}}. \end{aligned}$$

P12 - Um berlinde escorrega sem atrito ao longo de uma calha, como se mostra na figura. Se o berlinde fôr largado de uma altura $h = 3.50R$ qual a sua velocidade no ponto A? Qual o valor da força normal que actua sobre ele naquele ponto, se a sua massa é de 5.00 g?



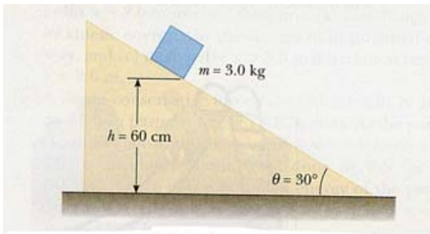
No ponto de partida a energia potencial gravítica, referida à base do traço circular, é $U_i = mgh$ e a energia cinética é $E_{C_i} = 0$, porque o berlinda está em repouso. No ponto A, $U_A = 2mgR$ e $E_{C_A} = \frac{1}{2}mv_A^2$. Portanto

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}mv_A^2 + 2mgR &= mgh \\ v_A &= \sqrt{2gh - 4gR} \\ &= \sqrt{3gR} \end{aligned}$$

No ponto A, as forças que actuam sobre o berlinde são o peso e a normal, no mesmo sentido, para baixo, portanto:

$$\begin{aligned} N + mg &= \frac{mv_A^2}{R} \\ N &= 3gm - gm \\ &= 2 \times 0.005\,\mathrm{kg} \times 10\,\mathrm{m/\,s^2} \\ &= 0.1\,\mathrm{N} \end{aligned}$$

P13 - Um bloco de 3.0 kg escorrega ao longo de um plano inclinado que faz um ângulo de 30^o com a horizontal, partindo do repouso de uma altura $h = 60$ cm, como se indica na figura. Depois de atingir a base, o bloco escorrega ao longo de uma superfície horizontal. Se o coeficiente de atrito em ambas as superfícies fôr 0.20, qual a distância percorrida pelo bloco sobre a superfície horizontal até parar? (Sugestão: Divida a trajectória em duas partes rectas).



Utilizando a mesma nomenclatura do problema anterior, no percurso no plano inclinado, temos $W_{\vec{f}_c} = \Delta E_C + \Delta U$, ou

$$\begin{aligned} \Delta E_C + \Delta U - W_{\vec{f}_c} &= 0 \\ \frac{1}{2}mv_1^2 - mgh - \left(-\mu mg \times \frac{h\cos\theta}{\sin\theta}\right) &= 0 \\ v_1^2 &= 2gh\left[1 - \mu\frac{\cos\theta}{\sin\theta}\right] \\ v_1 &= \sqrt{2 \times 10\,\mathrm{m/\,s^2} \times 0.60\,\mathrm{m} \times \left[1 - 0.20 \times \left(\frac{\cos 30\,^\circ}{\sin 30\,^\circ}\right)\right]} \\ &= 2.8\ \mathrm{m/\,s.} \end{aligned}$$

Na trajectória horizontal.

$$\begin{aligned} \Delta E_C &= W_{\vec{f}_a} \\ -\frac{1}{2}mv_1^2 &= -\mu mg\Delta\ell \\ \Delta\ell &= \frac{v_1^2}{2\mu g} \\ &= \frac{(2.8\ \mathrm{m/\,s})^2}{2 \times 0.20 \times 10\,\mathrm{m/\,s^2}} \\ &= 2.0\,\mathrm{m.} \end{aligned}$$

÷

P14 - Um pára-quedista com massa 80 kg salta de um avião a uma altitude de 1000 m e abre o pára-quedas a uma altitude de 200 m. Suponha que a força retardadora sobre o pára-quedista é constante e igual a 50.0 N quando o pára-quedas está fechado e igual a 3600 N quando o pára-quedas está aberto.

a) Determine a velocidade do pára-quedista quando aterra.

b) Acha que o pára-quedista ficará ferido? Explique.

c) A que altura deve o pára-quedas ser aberto para que a velocidade do pára-quedista quando chega ao solo seja de 5.0 m/s?

d) Quão realista é a suposição de que a força retardadora é constante? Explique.

a) As única forças que actua no paraquedista é a da gravidade e de atrito. No percurso com o paraquedas fechado:

$$\vec{P}+\vec{f}_{\mathrm{a}}=m\vec{a}$$

ou, com o eixo dos y dirigido para baixo,

$$\begin{aligned} P-f_{\mathrm{a}} &= ma \\ a &= g-\frac{f_{\mathrm{a}}}{m} \\ &= 10\,\mathrm{m/\,s^2}-\frac{50.0\,\mathrm{N}}{80\,\mathrm{kg}} \\ &= 9.4\,\mathrm{m/\,s^2} \end{aligned}$$

A velocidade no momento em que o paraquedas abre obtém-se de

$$\begin{aligned} v_1^2-v_0^2 &= 2a\left(x_1-x_0\right) \\ v_1 &= \sqrt{2\times 9.4\,\mathrm{m/\,s^2}\times 800\,\mathrm{m}} \\ &= 1.2\times 10^2\,\mathrm{m/\,s} \\ &= 1.2\times 10^2\,\mathrm{m/\,s}\times 3600\,\mathrm{s/\,h} \\ &= 4.3\times 10^2\,\mathrm{km/\,h}. \end{aligned}$$

No percurso com o pára-quedas aberto,

$$\vec{P}+\vec{f}'_{\mathrm{a}}=m\vec{a}'$$

$$\begin{aligned} a' &= g-\frac{f'_{\mathrm{a}}}{m} \\ &= 10\,\mathrm{m/\,s^2}-\frac{3600\,\mathrm{N}}{80\,\mathrm{kg}} \\ &= -35\,\mathrm{m/\,s^2} \end{aligned}$$

e a velocidade do páraquedista ao chegar ao solo é

$$\begin{aligned} v_2^2 &= v_1^2+2a'\left(x_2-x_1\right) \\ &= \left(1.2\times 10^2\,\mathrm{m/\,s}\right)^2-2\times 35\,\mathrm{m/\,s^2}\times 200\,\mathrm{m} \\ &= 400\,(\,\mathrm{m/\,s})^2 \\ v_2 &= 20\,\mathrm{m/\,s} \\ &= 72\,\mathrm{km/\,h} \end{aligned}$$

Por processos de energia:

No 1.^{o} Percurso:

$$\frac{1}{2}mv_1^2=mg\left(h_0-h_1\right)-f_{\mathrm{a}}\left(h_0-h_1\right)$$

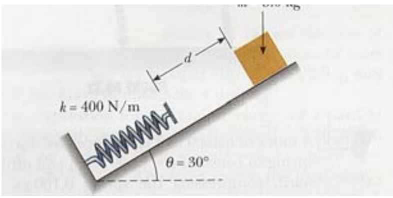
e

$$\begin{aligned}
v_1^2 &= 2\left(g - \frac{f_{\mathrm{a}}}{m}\right)(h_0 - h_1) \\
&= 2 \times \left(10\,\mathrm{m/\,s^2} - \frac{50\,\mathrm{N}}{80\,\mathrm{kg}}\right)(1000\,\mathrm{m} - 200\,\mathrm{m}) \\
&= 1.5 \times 10^4\,(\mathrm{m/\,s})^2 \\
v &= \sqrt{1.5 \times 10^4} \\
&= 1.2 \times 10^2\,\mathrm{m/\,s}.
\end{aligned}$$

No 2.^{o} percurso:

$$\begin{aligned}
\frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 &= mgh_1 - f'_{\mathrm{a}}h_1 \\
v_2^2 &= v_1^2 + 2\left(g - \frac{f'_{\mathrm{a}}}{m}\right)h_1 \\
v_2 &= \sqrt{(1.2 \times 10^2\,\mathrm{m/\,s})^2 + 2\left(10\,\mathrm{m/\,s^2} - \frac{3600\,\mathrm{N}}{80\,\mathrm{kg}}\right)200\,\mathrm{m}} \\
&= 20\,\mathrm{m/\,s}.
\end{aligned}$$

P15 - Um corpo com massa igual a 3.0 kg parte do repouso e escorrega ao longo de um plano inclinado, sem atrito, uma distância d até que encontra uma mola de massa negligível (ver figura). O plano tem uma inclinação de $30\,^\circ$ em relação à horizontal. O corpo escorrega em seguida uma distância adicional de 0.20 m até ficar momentaneamente em repouso comprimindo a mola ($k = 400$ N/m). Determine a separação inicial d entre o corpo e a mola.



P16 - Um pau de saltitar, como se mostra na figura, guarda energia numa mola ($k = 2.5 \times 10^4$ N/m). Na posição A ($x_1 = -0.10$ m) a compressão da mola é máxima e a criança está momentaneamente em repouso. Na posição B ($x = 0$) a mola é descomprimida e a criança move-se para cima. Na posição C a criança está de novo momentaneamente em repouso no cimo do salto. Considere que a massa total da criança e do pau é 25 kg.

a) Calcule a energia total do sistema se ambas as energias potenciais forem zero em $x = 0$.
b) Determine x_2.
c) Calcule a velocidade da criança em $x = 0$.
d) Determine o valor de x para o qual a energia cinética do sistema é máxima.
e) Obtenha a velocidade máxima, para cima, da criança.

Na posição A:

$$E_{C_A} = 0; \quad U_{el_A} = \frac{1}{2}kx_1^2; \quad U_{g_A} = mgx_1.$$

Na posição B:

$$E_{C_B} = \frac{1}{2}mv_B^2; \quad U_{el_B} = 0; \quad U_{g_B} = 0.$$

Na posição C:

$$E_{C_B} = 0; \quad U_{el_B} = 0; \quad U_{g_B} = mgx_2.$$

a) A energia mecânica total conserva-se e, portanto:

$$\begin{aligned} E_{Tot} &= \frac{1}{2}kx_1^2 + mgx_1 \\ &= \frac{1}{2}mv_B^2 \\ &= mgx_2 \end{aligned}$$

Podemos calcular E_{Tot} a partir da 1.^{a} expressão, ou

$$\begin{aligned} E_{Tot} &= \frac{1}{2}kx_1^2 - mgx_1 \\ &= \frac{1}{2} \times 2.5 \times 10^4\,\mathrm{N/m} \times (0.10\,\mathrm{m})^2 + 25\,\mathrm{kg} \times 10\,\mathrm{m/s^2} \times (-0.10\,\mathrm{m}) \\ &= 100\,\mathrm{J}. \end{aligned}$$

b) Como

$$\begin{aligned} E_{Tot} &= mgx_2 \\ &= 100\,\mathrm{J}, \end{aligned}$$

obtemos

$$\begin{aligned} x_2 &= \frac{100\,\mathrm{J}}{25\,\mathrm{kg} \times 10\,\mathrm{m/s^2}} \\ &= 0.40\,\mathrm{m}. \end{aligned}$$

c) De

$$\frac{1}{2}mv_B^2 = 100\,\mathrm{J},$$

vem

$$\begin{aligned} v_B^2 &= \frac{2 \times 100\,\mathrm{J}}{m} \\ v_B &= \sqrt{\frac{2 \times 100\,\mathrm{J}}{25\,\mathrm{kg}}} \\ &= 83\,\mathrm{m/s}. \end{aligned}$$

d) O ponto em que a energia cinética é máxima é o ponto em que a soma das energias potenciais é mínima, isto é, para $x < 0$, a coordenada x para a qual a quantidade $U = \frac{1}{2}kx^2 + mgx$ é mínima. Esse valor obtem-se derivando U em ordem a x e igualando a 0. Obtemos

$$\frac{dU}{dx} = kx + mg = 0$$

ou

$$\begin{aligned} x &= -\frac{mg}{k} \\ &= -\frac{25\,\mathrm{kg} \times 10\,\mathrm{m/s^2}}{2.5 \times 10^4\,\mathrm{N/m}} \\ &= -0.01\,\mathrm{m}. \end{aligned}$$

A 2.^{a} derivada é

$$\frac{d^2U}{dx^2} = k > 0$$

o que significa que nessse ponto a energia potencial total é um mínimo (a energia cinética é máxima). nesse ponto,

$$\begin{aligned} U &= \frac{1}{2} \times 2.5 \times 10^4 \, \mathrm{N/\,m} \times (-0.01\,\mathrm{m})^2 + 25\,\mathrm{kg} \times 10\,\mathrm{m/\,s^2} \times (-0.01\,\mathrm{m}) \\ &= -1,3\,\mathrm{J}. \end{aligned}$$

e

$$\begin{aligned} E_\mathrm{C} &= 100.\,\mathrm{J} - (-1.3\,\mathrm{J}) \\ &= 101.\,3\,\mathrm{J}. \end{aligned}$$

Na região $x > 0$, temos sempre

$$E_\mathrm{Tot} = \frac{1}{2}kx^2 + mgx = 100\,\mathrm{J}.$$

O valor máximo de E_C corresponde, nesta região, a $x = 0$, obtendo-se

$$E_\mathrm{C} = 100\,\mathrm{J}$$

Consequentemente o ponto em que a eenrgia cinética é máxima é $x = -0.01\,\mathrm{m}$.

e) A velocidade máxima para cima da criança é

$$\begin{aligned} v_\mathrm{max} &= \sqrt{\frac{2 \times 100\,\mathrm{J}}{25\,\mathrm{kg}}} \\ &= 2.8\,\mathrm{m/\,s}. \end{aligned}$$

P17 - A Jane que tem uma massa de 50.0 kg, precisa de oscilar através de um rio de largura D, cheio de crocodilos, para salvar o Tarzan de perigo. Contudo ela tem de oscilar contra a força do vento $\vec{F}$ horizontal e constante, agarrada a uma trepadeira de comprimento L, que inicialmente faz um ângulo θ com a vertical, como se mostra na figura. Considere $D = 50.0$ m, $F = 110$ N, $L = 40.0$ m, $\theta = 50.0^o$ e que o Tarzan tem uma massa de 80.0 kg.

a) Qual a velocidade mínima com que a Jane tem de iniciar a sua oscilação para conseguir alcançar o outro lado?

b) Quando a Jane chega ao outro lado, ela e o Tarzan têm de oscilar de volta ao lado de partida da Jane. Com que velocidade mínima têm eles de iniciar a sua oscilação?